Université de Bordeaux **10 mars 2020**
4TIN604U **Licence 3 Informatique**
Modèles de la Programmation et du Calcul

Devoir surveillé

Une feuille A4 manuscrite recto-verso autorisée
durée 1h

La clarté et la lisibilité de vos réponses seront prises en compte dans l'évaluation.

Exercice 1
Tous les langages de l'exercice sont définis sur l'alphabet $X = \{a, b, c\}$.

1. Soit L_1 le langage des mots ayant un nombre pair de a et pas de lettre b. Dessiner un automate déterministe qui reconnait L_1 et donner aussi une expression regulière qui le décrit.
2. Dessiner l'automate qui reconnait L_1^c, langage complémentaire de L_1.
3. Dessiner un automate déterministe qui reconnait les mots du langage L_2 décrit par l'expression $b^*(\epsilon + c^+)$.
4. Dessiner un automate contenant des ϵ-transitions reconnaissant le langage $L_1 \bullet L_2$ (où $\bullet$ est l'opération de concaténation), dessiner aussi l'automate obtenu en supprimant les ϵ-transitions. Est-il déterministe ? Justifier votre réponse et détérminisez-le si nécessaire.
5. Soit L_3 le langage des mots ayant un nombre pair de a et exactement une occurrence de la lettre b. Donner un automate déterministe qui reconnait L_3.

Exercice 2
Dans cet exercice on veut démontrer que le langage

$$L = \{w\, w \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

n'est pas rationnel. Pour chacune des questions qui suivent il faudra bien justifier votre réponse.

1. Déterminez le langage $K := L \cap a^*\, b\, a^*\, b$.
2. Supposez que L est rationnel. Que pouvez-vous dire sur la rationnalité de K ?
3. Supposez que $\mathcal{B}$ est un automate fini **déterministe** tel que le langage accepté par $\mathcal{B}$ est inclu dans a^*. Montrez que $L(\mathcal{B})$ est une union finie de langages de la forme $a^j(a^k)^*$, $j, k \geq 0$.
4. Supposez que $\mathcal{A}$ est un automate fini déterministe à n états qui accepte le mot $a^{n+1}\, b\, a^{n+1}\, b$. Montrez que $\mathcal{A}$ accepte aussi des mots de la forme $a^m\, b\, a^p\, b$, avec $m \neq p$.
5. Déduisez que K et L ne sont pas rationnels.