

TD 3 - Constructions d'automates, déterminisation

Licence 3 - Université de Bordeaux

Exercice 1: Division par 3

On rappelle que chaque entier admet différents encodages en binaire : par exemple $6 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$ s'encode en 110 (ou 0110, ou 00110, etc.) avec représentation du bit de poids **fort** en tête, ou en 011 (ou 0110, ou 01100, etc.) avec représentation du bit de poids **faible** en tête.

1. Construisez un automate déterministe fini qui reconnaît l'ensemble des représentations binaires des entiers positifs divisibles par 3. Vous proposerez deux versions de cet automate : la première reconnaîtra les mots correspondant à un encodage avec bit de poids **faible** en tête ; la deuxième les reconnaîtra ceux correspondant à un encodage avec bit de poids **fort** en tête.
2. Construisez un automate déterministe fini qui reconnaît l'ensemble des représentations décimales (avec bit de poids **fort** en tête) des entiers positifs divisibles par 3.

Exercice 2: Quelques exemples d'automates

Donner, si possible, un automate fini et donner une expression régulière pour les langages suivants construits sur l'alphabet $\{a, b\}$:

1. tous les mots qui contiennent le facteur bab ;
2. tous les mots qui ne contiennent pas le facteur bab ;
3. tous les mots qui ne contiennent pas de facteur $aba^{2n}ba$ où n est un entier quelconque ;
4. tous les mots qui contiennent un nombre pair de a et un nombre impair de b .
5. l'ensemble des mots contenant un nombre de a congruent à 2 modulo 5 ;
6. l'ensemble des mots de longueur au moins n où n est un entier naturel fixé.

Justifiez pour les sous-questions 2 ou 3, que votre automate est correct.

Exercice 3: Déterminisation d'un automate

1. Proposer un automate non déterministe qui reconnaît les mots qui se terminent par ab . Déterminiser cet automate.
2. Déterminiser les automates de l'exercice 4 de la feuille 2.

Exercice 4: Langages non-réguliers

En calculant leur automate des résiduels, montrer que les langages suivants ne sont pas réguliers :

1. l'ensemble des mots de a^*b^* contenant autant de a que de b , c'est-à-dire $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$;
2. l'ensemble des mots contenant autant de a que de b .