# TD 3 - Constructions d'automates, déterminisation

Licence 3 - Université de Bordeaux

**Exercice 1: Division par 3**

On rappelle que chaque entier admet différent encodages en binaire : par exemple $6 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$ s'encode en 110 (ou 0110, ou 00110, etc.) avec représentation du bit de poids **fort** en tête, ou en 011 (ou 0110, ou 01100, etc.) avec représentation du bit de poids **faible** en tête.

1. Construisez un automate déterministe fini qui reconnait l'ensemble des représentations binaires des entiers positifs divisibles par 3. Vous proposerez deux versions de cet automate : la première reconnaitra les mots en les lisant de gauche vers droite. La deuxième les reconnaitra en lisant de droite vers gauche.
2. Construisez un automate déterministe fini qui reconnait l'ensemble des représentations décimales des entiers positifs divisibles par 3, lus de gauche vers droite.

**Exercice 2: Exemples d'automates**

Donner, si possible, un automate fini et une expression régulière pour les langages suivants construits sur l'alphabet $\{a, b\}$ :

1. tous les mots qui contiennent le facteur $bab$ ;
2. tous les mots qui ne contiennent pas le facteur $bab$ ;
3. tous les mots qui ne contiennent pas de facteur $aba^{2n}ba$ où $n$ est un entier quelconque ;
4. tous les mots qui contiennent un nombre pair de $a$ et un nombre impair de $b$.
5. l'ensemble des mots contenant un nombre de $a$ congruent à 2 modulo 5 ;
6. l'ensemble des mots de longueur au moins $n$ où $n$ est un entier naturel fixé.

Justifiez pour les sous-questions 2 ou 3, que votre automate est correct.

**Exercice 3: Glushkov**

A l'aide de l'algorithme de Glushkov, donnez des automates équivalents aux expressions régulières suivantes :

1. $aa(a + ab)^*b$
2. $(a + ab)^*(\epsilon + ab)$
3. $aab^*(ab)^* + ab^* + a^*bba$

**Exercice 4: Déterminisation**

1. Proposer un automate non deterministe qui reconnait les mots qui se terminent par $ab$. Déterminiser cet automate.
2. Proposer un automate non déterministe à $n+1$ états qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ dont la $n$-ième lettre avant la fin est un $a$. Trouver les résiduels de ce langage.