TD 4 - Clôture des languages réguliers, déterminisation

Licence 3, Université de Bordeaux

Exercice 1: Union, intersection, complémentaire, concatenation et étoile

1. Enlevez les ϵ-transitions des automates suivants :

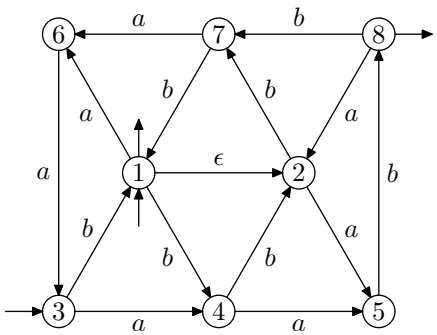


FIGURE 1 – Automate $\mathcal{A}_1$

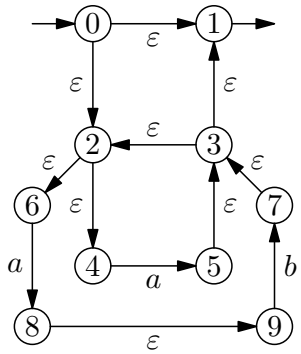


FIGURE 2 – Automate $\mathcal{A}_2$

2. Soit les automates $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$:

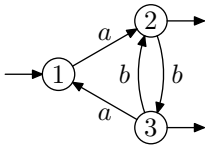


FIGURE 3 – Automate $\mathcal{A}_1$

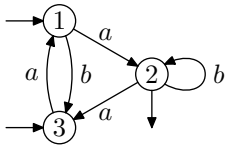


FIGURE 4 – Automate $\mathcal{A}_2$

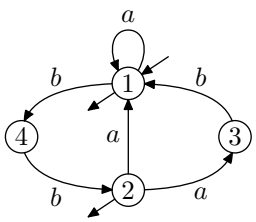
Construisez des automates qui reconnaissent $L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$, $(L(\mathcal{A}_2))^2$, $(L(\mathcal{A}_2))^*$, $L(\mathcal{A}_1) \setminus L(\mathcal{A}_2)$, et $(a+b)^* \setminus L(\mathcal{A}_2)$. Vous proposerez des constructions avec et sans ϵ-transitions.

Exercice 2: Transitions ϵ

Démontrez que la construction d'élimination de transitions ϵ vue en cours ne change pas le langage accepté.

Exercice 3: Déterminisation 1

Déterminisez l'automate suivant. Vérifiez ensuite s'il est minimal.



Exercice 4: Déterminisation 2

1. Donnez un automate avec au plus 5 états qui accepte le langage des mots sur $\{a, b\}$ qui soit finissent par un a, ou contiennent un facteur de la forme $ba^{2k}b$, pour un $k \geq 0$.
2. Déterminisez cet automate.

Exercice 5: Résiduels d'un language et automate des résiduels

1. Calculer les résiduels des languages suivants
   — $L_1 = a^*b^*$,
   — $L_2 = a^*b + b^*a$
2. Pour chacun des languages ci-dessus construire l'automate minimal qui reconnait ce language. Vous pouvez répondre à cette question en construisant l'automate des résiduels.

Exercice 6: Déterminisation 3

1. Donnez un automate fini non déterministe avec n états pour le language

$$L_n = (a + b)^* a (a + b)^{n-2}$$

2. Montrez que tout automate fini déterministe reconnaissant L_n possède au moins 2^{n-1} états.

Exercice 7: Résiduels

1. Montrer que tout langage *fini* a un nombre fini de résiduels.
2. Montrer que le langage $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ a un nombre infini de résiduels.